

**Die Prüfung dauert 3 Stunden.**

Kand-Nr : .....

**Note :**

Name, Vorname .....

---

**Erreichte Punktzahl :**

**Korrigiert von :**

---

- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und **schreiben Sie nur auf einer Seite der Blätter !**
- Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an.
  - Oben links: SMK Passerelle Sommer 17
  - Oben rechts: Kand.-Nummer, Name und Vorname
  - Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche,  $e$ ,  $\pi$  etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
- Jede Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 werden 45 Punkte verlangt.
- Resultate **ohne Herleitung** geben keine Punkte.
- Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg !

# M A T H E M A T I K

1. Bestimmen Sie Mittelpunkt und Radius derjenigen Kreise, welche die  $x$ - und die  $y$ -Achse berühren und durch Punkt  $A(9/2)$  gehen.

Wählen Sie nun denjenigen Kreis  $k_1$  mit dem kleineren Radius und bestimmen Sie dann den Radius desjenigen Kreises  $k$ , welcher den Mittelpunkt  $M(20/13)$  besitzt und von  $k_1$  von aussen berührt wird.

Berechnen Sie auch die Koordinaten des Berührungspunktes  $B$ .

2. Wir betrachten die Funktion  $f(x) = e^{ax}$  mit  $D_f = \mathbb{R}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

- (a) Bestimmen Sie  $a \in \mathbb{R}$  so, dass der Graph der Funktion  $f$  den Graphen von  $g(x) = x$  mit  $D_g = \mathbb{R}$  in einem Punkt berührt.
- (b) Wie gross wird mit dem so gefundenen  $a$  der Inhalt der Fläche, die durch die Graphen von  $f$  und  $g$  und die  $y$ -Achse begrenzt wird?
- (c) Bestimmen Sie die Anzahl der gemeinsamen Punkte der Graphen von  $f(x) = e^{ax}$  und  $g(x) = x$  in Abhängigkeit von  $a$ .

3. Von 125 Studierenden studieren 50 Italienisch, 60 Französisch, 20 beide Sprachen und einige keine dieser Sprachen.

- (a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Studierender keine der beiden Sprachen studiert.
- (b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Studierender genau eine (aber nicht beide) Sprachen studiert.
- (c) Ein Studierender studiert nicht Französisch. Mit welcher Wahrscheinlichkeit studiert er Italienisch?
- (d) Sind für die Studierenden die Entscheide Französisch bzw. Italienisch zu studieren abhängig oder unabhängig voneinander?

## 4. Zwei Kurzaufgaben

- (a) Gegeben sei die Gerade
- $g$
- mit der Gleichung
- $y = ax$
- ,
- $a > 0$
- .

Im Punkt  $P(1/a)$  wird das Lot (die Senkrechte)  $l$  zur Geraden  $g$  gelegt.

Durch  $g$ ,  $l$  und die  $x$ -Achse wird ein Dreieck bestimmt.

Geben Sie dessen Flächeninhalt in Abhängigkeit von  $a$  an.

- (b) Es werden die beiden Ortsvektoren
- $\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ -2x \end{pmatrix}$
- und
- $\vec{b} = \begin{pmatrix} x^2 \\ 4+x \end{pmatrix}$
- betrachtet.

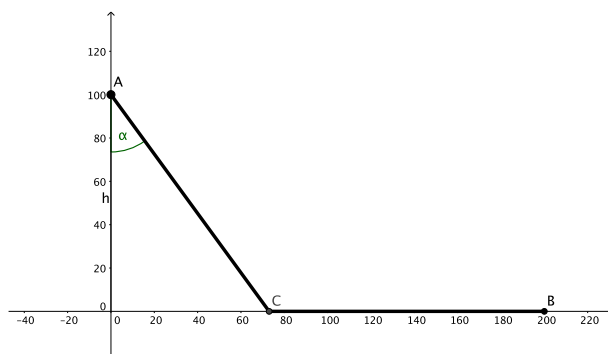
Bestimmen Sie alle Werte  $x \neq 0$ , für welche die beiden Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  einen

- (1) rechten (2) spitzen

Winkel einschliessen.

5. Ein Körper bewegt sich vom Punkt
- $A(0/100)$
- zum Punkt
- $B(200/0)$
- .

Der Energieverbrauch beträgt 0.2 (Energieeinheiten) pro zurückgelegte Einheit auf der  $x$ -Achse und 0.3 (Energieeinheiten) ausserhalb der  $x$ -Achse.



Wie muss  $C$  gewählt werden, damit der Energieverbrauch minimal wird ?

Wie gross ist dann dieser minimale Energieverbrauch ?

Wie gross wird dann Winkel  $\alpha$  in  $A$  ?