

## Mathematik

Kand.-Nr.: .....

Name, Vorname: .....

---

**Dauer: 4 Stunden**

- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und schreiben Sie nur auf einer Seite der Blätter (keine doppelseitige Beschriftung)
- Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an.
  - Oben links: SMK, Passerellen, Herbst 06.
  - Oben rechts: Kand.- Nr., Name / Vorname.
  - Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche,  $e$ ,  $\pi$  etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
- Jede Aufgabe wird mit je maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 wird nicht die maximale Punktzahl verlangt.

1. Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades ( mit Definitionsmenge  $\mathbb{R}$  ) berührt im Ursprung die x-Achse und besitzt im Punkt  $B (-3/0)$  eine Tangente, die parallel zur Geraden  $y = 6x - 1$  ist.  
Suchen Sie die Funktionsvorschrift, diskutieren Sie anschliessend die Funktion und skizzieren Sie den Graphen.  

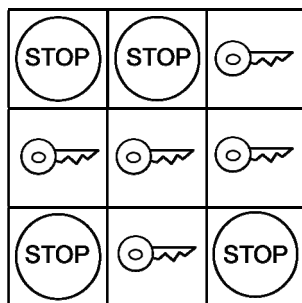
---
2. Eine oben offene und quaderförmige Kiste soll einen quadratischen Boden besitzen und einen Rauminhalt von  $V = 2 \text{ m}^3$  aufweisen; das Material für die vier Seitenflächen ist doppelt so teuer wie dasjenige für den Boden.  
Wie gross sind die Kantenlänge des Quadrates und die Höhe zu wählen, wenn die totalen Materialkosten möglichst gering sein sollen?  

---
3. a) In einem gleichschenkligen Dreieck  $ABC$  ist die Basis  $c = 18$  und der Winkel  $\gamma = 40^\circ$ .  
Wie lang sind die Schwerlinie (Seitenhalbierende)  $s_b$ , die Höhe  $h_b$  und die Winkelhalbierende  $w_\beta$ ?  
b) Vereinfachen Sie  $\tan(45^\circ + \beta) - \tan(45^\circ - \beta)$   

---
4. Bestimmen Sie die Koordinaten des Mittelpunktes  $M$  und den Radius  $r$  des Kreises, der durch  $A (12 / 13)$  und  $B (21 / 16)$  geht und dessen Mittelpunkt auf der Geraden mit der Gleichung  $2x + 3y - 80 = 0$  liegt.  
Wie gross ist der Flächeninhalt des Kreissektors  $MAB$  ?

5. Familie Meister hat im Schweizer Fernsehquiz MEGAHERZ gewonnen und kann nun entweder den erspielten Betrag entgegen nehmen oder um ein Auto spielen. Sie entscheidet sich für das Spiel um das Auto.

Dabei kann sie 4 von 9 Feldern aufdecken. Befinden sich unter den aufgedeckten Feldern mindestens 3 Schlüssel, so gehört das Auto ihnen, andernfalls gehen sie leer aus. Hinter 5 der 9 Feldern befinden sich Schlüssel, hinter den restlichen 4 Feldern Verkehrsschilder.



- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Familie Meister das Auto gewinnt?
- b) In den ersten beiden Feldern hat Familie Meister bereits zwei Schlüssel aufgedeckt. Wie gross ist nun die Wahrscheinlichkeit, dass sie das Auto gewinnt?
- c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei gleichbleibenden Spielregeln in 8 Sendungen mindestens 3 Autos gewonnen werden?
- 
6. Lösen Sie die folgenden voneinander unabhängigen Aufgaben.
- 6.1. Untersuchen Sie, ob es zwei Zahlen  $a$  und  $b$  gibt, für welche sowohl ihre Differenz als auch die Differenz des natürlichen Logarithmus der beiden Zahlen  $1$  ergibt.
- 6.2. Wie viele Lösungen hat die Gleichung  $\sin x = \frac{1}{10}x$ , wenn  $x \in \mathbb{R}$ ?
- 6.3. Beweisen Sie, dass für jedes  $n \in \mathbb{N}$  gilt:  $(9^n - 1)$  ist ohne Rest durch 8 teilbar.

