
Die Prüfung dauert 3 Stunden.

Kand-Nr :

Note :

Name, Vorname

Erreichte Punktzahl :

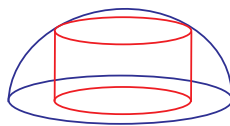
Korrigiert von :

-
- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und **schreiben Sie nur auf einer Seite der Blätter !**
 - Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an.
 - Oben links: SMK Passerelle Winter 13
 - Oben rechts: Kand.-Nummer, Name und Vorname
 - Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
 - Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, e , π etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
 - Jede Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 werden 45 Punkte verlangt.
 - Resultate **ohne Herleitung** geben keine Punkte.
 - Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg !

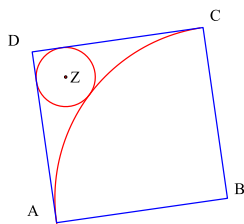
M A T H E M A T I K

1. Betrachten Sie die Funktion $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$ mit $D_f = \mathbb{R}$
 - (a) Diskutieren Sie (Nullstellen, relative Extremwerte, Wendepunkte, Graph) die Funktion f und bestimmen Sie dann die Wertemenge.
 - (b) Berechnen Sie anschliessend den Schnittwinkel zwischen dem Graphen G_f und dem Graphen G_g von $g(x) = x^2 + 5$ mit $D_g = \mathbb{R}$ im Schnittpunkt mit positiver x -Koordinate.
 - (c) Bestimmen Sie nun den Inhalt derjenigen beschränkten Fläche, die durch die beiden Graphen begrenzt wird.
2. Einer Halbkugel mit Radius R wird ein gerader Kreiszyylinder so einbeschrieben, dass die Grundfläche auf der Aequatorebene liegt.

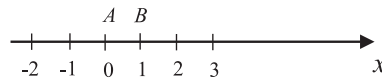


Wie müssen wir die Zylinderhöhe wählen, damit das Volumen maximal wird?
Wie gross wird dann dieses maximale Volumen?

3. Von einem Quadrat $ABCD$ sind $A(1/3)$ und $C(7/11)$ bekannt.
Berechnen Sie die Koordinaten von B und D .
Nun wird ein Viertelkreis v dem Quadrat so einbeschrieben, dass B das Kreiszentrum und die Quadratseite $s = |BC|$ der Radius ist.
Ein weiterer Kreis k soll sowohl v (von aussen) als auch zwei Quadratseiten berühren (siehe Zeichnung).
Wie gross ist der Radius von k in Abhängigkeit von s ?
Welche Koordinaten hat das Zentrum Z von k ?



4. Auf der x -Achse befindet sich der Punkt A an der Stelle $x = 0$ und der Punkt B an der Stelle $x = 1$.



Beide Punkte bewegen sich nun nach jeder Sekunde zufällig und voneinander unabhängig entweder um eine Einheit nach rechts oder um eine Einheit nach links.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich A nach einer Sekunde rechts von B ?
(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich A nach zwei Sekunden rechts von B ?
(c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich A und B nach genau 10 Sekunden an der gleichen Stelle befinden ?
5. (a) Gegeben ist die Funktion $f(x) = 2e^{-x} - 1$ mit $D_f = \mathbb{R}$
- (1) Berechnen Sie die Schnittpunkte des Graphen von f mit den Koordinatenachsen.
 - (2) Unter welchem Winkel schneidet der Graph von f die x -Achse?
 - (3) Wie gross ist der Inhalt derjenigen Fläche, die vom Graphen von f und den Koordinatenachsen eingeschlossen wird ?
- (b) Gegeben ist die Funktion $g(x) = a \cdot e^{-x} - 1$ ($a \in \mathbb{R}$) mit $D_g = \mathbb{R}$
- (1) Zeigen Sie, dass der Schnittwinkel des Graphen von g mit der x -Achse unabhängig von a ist.
 - (2) Für welchen Wert von a geht der Graph der Umkehrfunktion von g durch den Punkt $Y(0/2)$?