

---

**Die Prüfung dauert 4 Stunden.**

Kand-Nr : .....

<b>Note :</b>
---------------

Name, Vorname .....

---

<b>Erreichte Punktzahl :</b>
------------------------------

<b>Korrigiert von :</b>
-------------------------

- 
- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt und **schreiben Sie nur auf einer Seite der Blätter !**
  - Schreiben Sie jedes Antwortblatt einzeln an.
    - Oben links: SMK Passerelle Winter 12
    - Oben rechts: Kand.-Nummer, Name und Vorname
    - Nummerieren Sie die Blätter einzeln.
  - Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche,  $e$ ,  $\pi$  etc. stehen. Falls Sie Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese sinnvoll, z.B. auf 3 wesentliche Ziffern.
  - Jede Aufgabe wird mit maximal 10 Punkten bewertet. Für die Note 6 werden 45 Punkte verlangt.
  - Resultate **ohne Herleitung** geben keine Punkte.
  - Auf saubere Darstellung wird Wert gelegt.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg !

# M A T H E M A T I K

1. Bestimmen Sie die Wertemenge (den Wertebereich) einer ganzrationalen Funktion (Polynomfunktion) 4. Grades, wenn deren Graph durch den Punkt  $A(0/5)$  geht und in  $V(-1/0)$  und  $W(1/0)$  Wendepunkte besitzt.

2. Von einem Parallelogramm  $ABCD$  kennen wir  $A(-6/-4)$ ,  $|AB| = 20$  und wissen ausserdem, dass die Seiten  $AB$  und  $CD$  parallel zur  $x$ -Achse liegen und ebenso wie die Seite  $AD$  Tangenten des Kreises  $x^2 + y^2 = 16$  sind.

Welche Koordinatengleichungen haben die Tangenten ?

Welchen Umfang besitzt das Parallelogramm ?

3. Durch die Vorschrift  $f_a(x) = a \cdot (x - (a + 1)x^2)$  (wobei  $a \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ) ist eine Parabelschar  $P_a$  gegeben.

(a) Skizzieren Sie die Parabeln  $P_1$  und  $P_4$ .

(b) Bestimmen Sie allgemein (also in Abhängigkeit von  $a$ ) die Nullstellen und den Scheitel  $S_a$  der Parabel  $P_a$ .

Zeigen Sie dann, dass alle Scheitel  $S_1, S_2, S_3, S_4, \dots$  auf derselben Geraden liegen.

(c) Berechnen Sie den Inhalt derjenigen Fläche, die durch die  $x$ -Achse und die Parabel  $P_a$  begrenzt ist.

4. Berechnen Sie die Gleichung der Wendetangente des Graphen von

$$f(x) = \frac{2e^{2x}}{1 + e^{2x}} \text{ mit } D_f = \mathbb{R} \text{ und bestimmen Sie } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

5. Bei einem Würfelspiel muss Spieler  $A$  auf dem Feld "0" starten, Spieler  $B$  darf hingegen auf Feld "1" starten.

Das Ziel ist erreicht, falls der Spieler mindestens auf dem Feld "10" angekommen ist.

Beide Spieler werfen einen idealen Würfel und rücken dann um die gewürfelte Augenzahl vor.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	....
$A$	$B$												

- (a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass nach je zwei Würfeln bereits beide Spieler das Ziel erreicht haben?
- (b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass nach je zwei Würfeln genau einer der beiden Spieler das Ziel erreicht hat?
- (c) Nach je zwei Würfeln habe genau einer der beiden Spieler das Ziel erreicht. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass dies  $A$  ist?