

Mathematik normales Niveau

- Bei jeder Aufgabe soll mit einer neuen Seite begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, etc. stehen. Falls Sie dennoch die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punkteverteilung ist:

Aufgabe	1a	1b	2a	2b	2c	2d	3a	3b	4a	4b	5a	5b	5c	5d
Punkte	3	6	2	2	3	2	4	3	4	5	3	2	4	3

- Für die Note 6 wird nicht die maximale Punktzahl verlangt.
- 1) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 + ax^2 + 18x$, a konstant.
- a) Berechnen Sie für den Spezialfall $a = -9$ die Nullstellen und die Koordinaten der Extrempunkte von f . Zeichnen Sie damit den Grafen von f .
- b) Es sei a wieder beliebig.
- b₁) $W(2/y_w)$ sei der Wendepunkt von f . Berechnen Sie a und y_w .
- b₂) $N(-3/0)$ sei eine Nullstelle von f . Berechnen Sie a sowie den Schnittwinkel von f mit der x -Achse in N .

- 2) Bei einem gefälschten Spielwürfel wurde die Augenzahl 2 durch eine zusätzliche 6 ersetzt.
- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass mit zwei solchen gefälschten Spielwürfeln mindestens Augensumme 11 geworfen wird?
- b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 10-maligem Werfen eines solchen gefälschten Würfels genau 3 Mal höchstens eine 3 geworfen wird?
- c) Wie viele solcher gefälschter Würfel müssen gleichzeitig geworfen werden, damit die Wahrscheinlichkeit, dass alle Würfel mindestens Augenzahl 4 zeigen, kleiner ist als 1%?

d) 60 Würfe mit dem gefälschten Würfel ergaben folgende Verteilung:

Augenzahl x	1	3	4	5	6
Anzahl Würfel mit Augenzahl x	11	9	8	10	22

Berechnen Sie für diese Verteilung den Mittelwert und die empirische Standardabweichung von x .

- 3) Gegeben ist die Funktion g mit $g(x) = \frac{2-x}{1+x}$.
- a) Berechnen Sie die Schnittpunkte des Grafen von g mit den Koordinatenachsen sowie die Gleichungen aller Asymptoten. Entscheiden Sie mit einer Rechnung, ob der Graf von g eine dieser Asymptoten schneidet. Skizzieren Sie den Grafen von g .
- b) Zeigen Sie, dass die Funktion mit der Gleichung $y = 3 \cdot \ln(x+1) - x$ eine Stammfunktion von g ist. Berechnen Sie den Inhalt des endlichen Flächenstücks, welches von g und den positiven Koordinatenachsen begrenzt ist.
- 4) Gegeben sind der Kreis k um den Punkt $M(1/2)$ mit Radius 5 und die Gerade g mit der Gleichung $3x - 4y = 6$.
- a) Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes P auf k , welcher den grössten Abstand zu g hat.
- b) Eine zu g parallele Gerade f schneidet k so, dass das herausgeschnittene Sehnenstück die Länge 6 hat. Berechnen Sie den Abstand von M zu f . Bestimmen Sie die Gleichung für f .
- 5) Voneinander unabhängige Kurzaufgaben:
- a) Vom Rechteck $ABCD$ sind $B(-1/2/4)$ und $C(1/4/5)$ gegeben. Zudem liegt A auf der x -Achse. Berechnen Sie die Koordinaten von A und D .
- b) Gegeben sind ein Kreis k mit Mittelpunkt M und Radius 4 sowie ein Punkt P , welcher von M Abstand 6 hat. Von P werden die beiden Tangenten an k gelegt. Die so entstehenden Berührungspunkte auf k teilen diesen in zwei verschiedenen lange Kreisbogen. Berechnen Sie die Länge des grösseren Kreisbogens.
- c) Gegeben ist ein Quadrat $ABCD$ mit $A(0/0)$ und $C(c/c)$, wobei $c > 1$. Wie ist c zu wählen, damit die Kurve $y=e^{2x}$ aus dem Quadrat ein Flächenstück mit Flächeninhalt 0.5 abschneidet?
- d) Eine Population besteht aus 70% weiblichen und 30% männlichen Mitgliedern. 5% aller männlichen und 3% aller weiblichen Mitglieder dieser Population tragen ein bestimmtes Merkmal. Aus den Mitgliedern der Population, welche dieses Merkmal nicht tragen, wird ein Mitglied zufällig ausgewählt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieses Mitglied weiblich ist?