



**Schweizerische Maturitätsprüfung**

Zürich , Winter 2018

# M A T H E M A T I K , N o r m a l e s N i v e a u

**Kand.-Nr.:**

.....  
**Name, Vorname:**

.....

Erreichte Punktzahl:

.....

Note:

.....

Visum Korrigierende(r):

.....

Fach:

**Mathematik, Grundlagenfach auf normalem Niveau**

Dauer:

**4 Stunden**

Zugelassene Hilfsmittel:

Formelsammlung und Taschenrechner gemäss Vorgaben  
Schweizerische Maturitätskommission SMK

Maximale Punktzahl:

**43 Punkte**

Autoren:

Urs Allenspach, in Zusammenarbeit mit Hans Aepli

Fachspezifische Anweisungen:

**Beachten Sie die Hinweise auf der nächsten Seite.**

## Mathematik normales Niveau

- Bei jeder Aufgabe soll mit einem neuen Blatt begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Falls Sie die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punkteverteilung lautet:

Aufgabe	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d	3e	3f	4a	4b	4c	4d	4e
Punkte	2	5	1	3	2	2	2	2	1	1	1	1	3	2	4	3	2	4	2

- Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind alle Herleitungen vollständig und nachvollziehbar darzustellen.
- Die maximale Punktzahl beträgt 43 Punkte. Für die Maximalnote 6 werden höchstens 39 Punkte verlangt.

1) Gegeben ist die Kurve  $f$  mit der Gleichung

$$f(x) = \frac{3x}{x^2 - 1}$$

a) Berechnen Sie zuerst  $f'$  und zeigen Sie dann, dass

$$f''(x) = \frac{6x^3 + 18x}{(x^2 - 1)^3}$$

b) Bestimmen Sie die Nullstellen, die Koordinaten der Wendepunkte sowie die Asymptoten von  $f$ . Untersuchen Sie, ob lokale Extrema existieren und skizzieren Sie den Graphen von  $f$ .

c) Zeigen Sie, dass

$$F(x) = \frac{3}{2} \ln(x^2 - 1)$$

eine Stammfunktion ist von  $f$ .

d) Bestimmen Sie die Zahl  $a > 2$  so, dass das Flächenstück, das durch den Graphen von  $f$ , die positive  $x$ -Achse sowie die Geraden  $x = 2$  und  $x = a$  begrenzt ist, den Flächeninhalt 5 hat.

2) An einer Cocktail-Bar kontrollieren zwei Angestellte die Gäste auf Volljährigkeit. Der Angestellte A begutachtet 40% aller Ausweise und die Angestellte B die restlichen 60%. Die Wahrscheinlichkeit, dass A den gefälschten Ausweis eines minderjährigen Gastes als solchen erkennt, ist 50%. Die Erfolgsquote von B beträgt 30%.

a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein minderjähriger Gast nicht erwischt wird?

b) In einer Partygruppe von 10 Personen hat es genau einen minderjährigen Gast. B wählt aus dieser Gruppe zufällig drei Personen aus und kontrolliert sie. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie ihn entdeckt?

- c) Einem minderjährigen Gast ist es gelungen, an der Bar harten Alkohol zu erhalten. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er von A kontrolliert wurde?
- d) Wie viele Minderjährige müssen es versuchen, damit die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer Alkohol erhält, 99.99% übersteigt?
- 3) Gegeben sind die drei Punkte  $A(1,2,2)$ ,  $B(3,4,3)$  und  $C(2,6,5)$ .
- a) Weisen Sie nach, dass für  $D(0,4,4)$  ein Parallelogramm  $ABCD$  entsteht.
- b) Berechnen Sie einen der Winkel, den die Diagonalen des Parallelogramms einschliessen.
- c) Wie lauten die Koordinaten des Diagonalschnittpunktes?
- d) Bestimmen Sie eine Parametergleichung der Ebene  $E$ , die das Parallelogramm enthält.
- e) Bestimmen Sie den Punkt  $F(3, y, z)$  so, dass der Vektor  $\overrightarrow{AF}$  zum Parallelogramm senkrecht steht.
- f) Wie gross ist die Fläche des Parallelogramms?

4) Voneinander unabhängige Kurzaufgaben

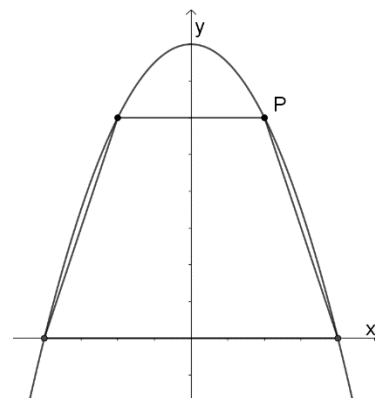
- a) Für welche ganzrationale Funktion  $f$  vom Grad 3 mit  $f(0) = 3$  ist die Nullstelle  $x = 3$  gleichzeitig Wendestelle mit der Steigung 3?
- b) Zeigen Sie, dass  $P(4.4, 2.2)$  auf dem Kreis  $k$   

$$x^2 - 4x + y^2 - 8y + 11 = 0$$
liegt und berechnen Sie die Parametergleichung der Tangente an  $k$  in  $P$ .
- c) Welcher Punkt  $P$  auf der Kurve  $y = e^{2x+2}$  hat zur Geraden  $y = 2x$  den geringsten Abstand?

- d) Gegeben ist die Kurve

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$$

Dem von der  $x$ -Achse abgeschnittenen Parabelsegment ist das Trapez grössten Flächeninhalts einzubeschreiben (vgl. Skizze, rechts). Wie lauten die Koordinaten seiner Ecke  $P$ ?



- e) Berechnen Sie das folgende bestimmte Integral

$$\int_0^{\frac{1}{4}\pi} \sin(2x + \pi) dx$$

