

- 4) A und B werfen abwechselungsweise einen Spielwürfel, wobei A beginnt. Wer zuerst eine 1 würfelt gewinnt das Spiel. Wirft jeder 3 Mal keine 1, hören sie auf und B ist Sieger.
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass B gewinnt, ohne eine 1 zu werfen?
 - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass B mit seinem zweiten Wurf gewinnt?
 - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass A gewinnt?
 - Sie spielen dieses Spiel 10 Mal. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass B genau drei Mal mit seinem ersten Wurf gewinnt?

5) Voneinander unabhängige Kurzaufgaben

a) Der Graf der Funktion f mit der Gleichung $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ hat ein lokales Maximum im Punkt $O(0/0)$ und schneidet die x -Achse an der Stelle $x=4$. Berechnen Sie die Koordinaten des Wendepunktes.

b) In einem rechtwinkligen Dreieck PQR messen die Katheten je 4 cm. Der Punkt A teilt die Hypotenuse PQ im Verhältnis 1:3. In welchem Verhältnis teilt die Strecke AR

b₁) den Winkel PRQ?

b₂) die Fläche des Dreiecks PRQ?

c) Bei einer bestimmten Tierart haben alle Tiere entweder lauter rote oder lauter schwarze Flecken. Die relative Häufigkeit von Männchen sei halb so gross wie die relative Häufigkeit von Weibchen. Die rotgefleckten Tiere sind bei den Männchen mit 70% und bei den Weibchen mit 60% vertreten.

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass

c₁) ein zufälliges Tier dieser Tierart rotgefleckt ist?

c₂) dass ein schwarzgeflecktes Tier weiblich ist?

d) Gegeben ist der Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Gesucht ist ein Vektor, welcher doppelt so lang ist wie der gegebene und mit ihm einen Zwischenwinkel von 60° bildet.

e) Die Gleichung $x^3 + bx - 3 = 0$ hat die Lösung $x = -1$. Gesucht sind die anderen Lösungen.

Mathematik normales Niveau

- Bei jeder Aufgabe soll mit einer neuen Seite begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, etc. stehen. Falls Sie dennoch die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punkteverteilung ist:

Aufgabe	1a	1b	1c	2a	2b	3a	3b	4a	4b	4c	4d	5a	5b	5c	5d	5e
Punkte	5	1	3	5	4	3	6	1	2	3	3	3	4	4	3	3

- Für die volle Punktzahl einer Aufgabe sind die Herleitung aller Resultate, insbesondere die Ableitungen von Funktionen und die Lösungen von Gleichungen, vollständig und nachvollziehbar darzustellen.
- Für die Note 6 werden höchstens 45 Punkte verlangt.

- 1) Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = \frac{6x}{x^2 + 1}$
 - a) Berechnen Sie die Nullstellen, Asymptoten sowie die Koordinaten aller lokalen Extrempunkte von f . Untersuchen Sie f auf Symmetrie. Skizzieren Sie damit den Grafen von f .
 - b) Zeigen Sie, dass F mit $F(x) = 3 \cdot \ln(x^2 + 1)$ eine Stammfunktion von f ist.
 - c) Bestimmen Sie die Zahl a so, dass das Flächenstück, welches der Graf von f , die positive x -Achse und die Gerade $x=a$ begrenzt, den Flächeninhalt 9 hat.
- 2) Gegeben sind der Kreis k mit Mittelpunkt $M(-2/5)$ und Radius 5 sowie die Gerade g durch die Punkte $A(0/-6)$ und $B(12/3)$.
 - a) Gesucht ist die Gleichung des kleinsten Kreises, welcher k und g berührt.
 - b) Die Gerade g wird um den Punkt A im Gegenuhrzeigersinn gedreht, bis sie erstmals k berührt. Berechnen Sie den Drehwinkel.
- 3) Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = e^{ax}$, $a > 0$ konstant.
 - a) Wie ist die Zahl a zu wählen, damit der Graf von f die Gerade $y = 4$ mit einem Schnittwinkel von 45° schneidet?
 - b) Wir betrachten für den Spezialfall $a = 0.5$ das Flächenstück F , welches vom Grafen von f , den positiven Koordinatenachsen und der Geraden $x=4$ begrenzt wird. In dieses Flächenstück wird ein Rechteck einbeschrieben, dessen Seiten parallel zu den Koordinatenachsen verlaufen. Wie viele Prozente der Fläche von F können durch diese Rechtecksfläche höchstens ausgefüllt werden?