

## Mathematik normales Niveau

- Bei jeder Aufgabe soll mit einer neuen Seite begonnen werden. Die Aufgabenblätter sind am Schluss der Prüfung mit den Lösungen abzugeben.
- Geben Sie die Resultate nach Möglichkeit exakt an, d.h. lassen Sie Wurzeln, gekürzte Brüche, etc. stehen. Falls Sie dennoch die Resultate als Dezimalbrüche angeben wollen, runden Sie diese auf 3 wesentliche Ziffern.
- Die Punkteverteilung ist:

Aufgabe	1a	1b	2a	2b	2c	3a	3b	4a	4b	4c	4d	5a	5b	5c	5d
Punkte	7	3	2	3	4	7	2	2	2	2	3	3	2	2	4

- Für die Note 6 wird nicht die maximale Punktzahl verlangt.
- Lösungen, welche ohne nachvollziehbaren Lösungsweg dargestellt werden, erhalten nicht die volle Punktzahl.

1) Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = ax^2 + 2$ ,  $a$  konstant.

a) Es sei  $a = -0.5$

Berechnen Sie die Schnittwinkel des Grafen von  $f$  mit den Koordinatenachsen und skizzieren Sie den Grafen von  $f$ .

Der Graf von  $f$  begrenzt mit der  $x$ -Achse ein Parabelsegment. Berechnen Sie dessen Flächeninhalt. In dieses Parabelsegment wird ein Trapez mit gleicher Symmetrieachse und gleicher Grundseite einbeschrieben. Berechnen Sie den maximalen Flächeninhalt dieses Trapezes.

b) Es sei  $a$  wieder beliebig.

Wie ist  $a$  zu wählen, damit ein Schnittwinkel des Grafen von  $f$  mit der  $x$ -Achse von  $45^\circ$  entsteht?

2) Gegeben ist die Gerade  $g$  mit der Gleichung  $3x - 4y = 0$ .

a) Gesucht sind alle Vektoren in der  $xy$ -Ebene, welche senkrecht zu  $g$  verlaufen und die Länge 20 haben.

b) Gesucht sind die Punkte auf der  $y$ -Achse, welche von  $g$  den vorgegebenen Abstand  $d$  haben.

c) Welche Punkte auf dem Kreis um  $M(4 / -7)$  mit Radius 5 haben von  $g$  den Abstand 8?

- 3) Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = k \cdot x \cdot e^{0.5x}$ .
- a) Berechnen Sie für den Spezialfall  $k = 4$  die Nullstellen sowie die Koordinaten der Extremal- und Wendepunkte sowie die Steigung der Tangente an den Grafen von  $f$  im Kurvenpunkt  $P(0.5/y)$ . Skizzieren Sie damit den Grafen von  $f$ .
- b) Es sei  $k$  eine beliebige Konstante. Wie ist  $k$  zu wählen, damit der Graf von  $f$  die Gerade  $y = -2$  berührt?
- 4) Eine Person überwacht die drei Maschinen A, B und C. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Maschine A für eine Stunde störungsfrei läuft, ist gleich 0.95. Für B bzw. C sind die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten gleich 0.9 bzw. 0.85.
- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit dass innert einer Stunde genau 2 Maschinen eine Störung haben?
- b) Innert einer Stunde hatte genau eine der drei Maschinen eine Störung. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass es die Maschine C war?
- c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass innert einer Stunde mindestens eine der drei Maschinen störungsfrei läuft?
- d) Wie viele Stunden muss die Maschine A laufen, damit die Wahrscheinlichkeit, dass bei ihr mindestens eine Störung auftritt, grösser als 0.99 ist?
- 5) Voneinander unabhängige Kurzaufgaben.
- a) Skizzieren Sie die Kurve  $y = 3\sin(2x)$  für  $0 \leq x \leq 2\pi$  und berechnen Sie die Schnittwinkel mit der Geraden  $y = 2$ .
- b) Bei einer Verkehrszählung wurde für jedes Auto die Anzahl der im Wagen sitzenden Personen gezählt. Dabei wurde Autos, in welchen mehr als 5 Personen sitzen, nicht erfasst. Die Auszählung ergab folgendes Resultat:  
 51 Autos mit 1 Person, 41 Autos mit 2 Personen, 36 Autos mit 3 Personen, 21 Autos mit 4 Personen und B Autos mit 5 Personen.  
 Es sei  $x$  die Anzahl Personen in einem Auto. Wie gross ist die Zahl B, wenn der Mittelwert von  $x$  gleich 2.375 ist?
- c) Beweisen oder widerlegen Sie, dass das Dreieck ABC mit  $A(2/3/4)$ ,  $B(4/5/5)$  und  $C(-2/5/8)$  rechtwinklig ist.
- d) Von einem Rhombus ABCD sind  $A(2/-2)$  und  $C(8/-10)$  bekannt. Berechnen Sie die Koordinaten von B und D so, dass die Rhombusfläche 100 beträgt.